

Aritmetica

NUMERI POSITIVI E NEGATIVI

Se consideriamo il numero 0 come il punto di partenza per contare, possiamo considerare come **positivi** tutti numeri più grandi dello zero (e li indichiamo con il segno **+**), tutti i numeri minori dello zero sono negativi ed indicati con il segno **-**.

Nota: solitamente per i numeri positivi si omette il segno **+**

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

VALORE ASSOLUTO

Dato un numero x , positivo o negativo, il **valore assoluto** è il numero stesso se questo è positivo o nullo, il suo opposto se invece è negativo e si indica con $|x|$.

$x = |x|$ se il numero è **positivo**,
 $x = -|x|$ se invece è **negativo**.

Nella rappresentazione grafica i numeri negativi crescono in valore assoluto verso sinistra, e quelli positivi verso destra.

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

REGOLA DEI SEGNI

Regola 1: la combinazione di un segno positivo con uno negativo da per risultato un segno negativo nel prodotto o divisione mentre nella somma il segno risultante è quello del numero in valore assoluto più grande

Regola 2: la combinazione di segni uguali (+ con + o - con -) da per risultato un segno positivo nel prodotto o divisione mentre nella somma avremo un segno + tutti positivi, - tutti negativi

Operazioni

ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

L'**addizione**, è l'operazione da cui si ricava la **somma** di due numeri, è indicata con il segno + . I numeri che si sommano sono detti **addendi**.

La **sottrazione** è l'operazione da cui si ricava la **differenza** di due numeri, è indicata dal segno - .

I numeri si sommano e si sottraggono con il loro segno, seguendo le regole 1 e 2.

Esempio: sommare i numeri: 5, -3 e 7

$$\text{Somma} = 5 + (-3) + 7 = 9$$

Sommare un numero negativo equivale a sottrarre il suo valore assoluto

MOLTIPLICAZIONE

La **moltiplicazione** è l'operazione fra due o più numeri in cui si ripete la somma di uno stesso numero per tante volte quanto è grande il secondo numero:

Esempio: $4 \times 5 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$

Ancora una volta valgono le regole dei segni 1 e 2, per cui moltiplicando due numeri dello stesso segno, entrambe positivi (o negativi), si otterrà un numero positivo e, viceversa, moltiplicando due numeri di segno opposto si otterrà un risultato di segno negativo.

Il risultato della moltiplicazione è detto **prodotto**.

DIVISIONE

La **divisione**, è l'operazione in cui si determina il numero di volte che un numero (detto **divisore**) è contenuto in un altro numero (detto **dividendo**). Il risultato è detto **quoziente** o **quoto**.

Ancora una volta si applicano le regole dei segni.

NOTA: la divisione può essere indicata da più simboli “:” , “/” , “÷” ognuno equivalente all'altro.

PARENTESI

Per raggruppare un gruppo di termini oggetto di una stessa operazione, si fa uso delle *parentesi*.

Esse servono anche a fornire un ordine di risoluzione quando sono presenti più operazioni: si comincia con la risoluzione dell'operazione interna e si procede verso l'esterno:

$$4 \times (3 \times (5 + 1)) = 4 \times (3 \times 6) = 4 \times 18 = 72$$

nel caso di operazioni in cui compaiono parentesi si risolve prima la parte compresa fra esse:

$$\text{esempio: } (5 - 2) \times (3 + 7) = 3 \times 10 = 30$$

quando si moltiplica per un termine in parentesi si può omettere il segno di prodotto:

$$5(3 + 2) \text{ equivale a } 5 \times (3 + 2)$$

Nel caso di operazioni miste si deve seguire l'*ordine di risoluzione*:

operazioni fra parentesi;

divisioni;

moltiplicazioni;

addizioni;

sottrazioni;

$$2+6\times 9\div 3(2+5)-8$$

$$= 2+6\times 9\div 3(7)-8$$

parentesi

$$=2+6\times 3\times 7-8$$

divisione

$$=2+126-8$$

moltiplicazione

$$=128-8$$

addizione o sottrazione

$$=120$$

Frazioni

FRAZIONI

La frazione è una parte dell' "intero", in altri termini dato l'intero lo dividiamo in C parti e di queste ne prendiamo A, scrivendo A/C , otteniamo la **frazione** $B=A/C$.

A è definito **numeratore**, mentre C si dice **denominatore**.

Si definiscono:

frazione propria: quando il numeratore è minore del denominatore.

frazione impropria: quando il numeratore è maggiore o uguale al denominatore. Sono sempre maggiori o uguali ad 1.

frazioni miste: quando sono la combinazione di un numero intero con una frazione (es: $15 \frac{1}{2}$).

Rapporti e Proporzioni

RAPPORTI E PROPORZIONI

Consideriamo le frazioni espresse con come $3/5$, $4/3$, $7/8$ etc.,

esse possono essere considerate dei *rapporti* ed essere scritte nella forma $3:5$, $4:3$, $7:8$ che si legge 3 sta a 5, 4 sta a 3, 7 sta a 8.

Il *rapporto* viene spesso utilizzato per confrontare due quantità dello stesso tipo (forze, costi, grandezze in genere).

Affermare che il rapporto fra portanza e resistenza è di $10:1$ vuol dire che la portanza è di dieci volte più grande della resistenza.

Due rapporti si dicono *direttamente proporzionali* quando danno lo stesso risultato:

$$4:6 \text{ e } 6:9 \text{ e si indica } 4:6=6:9$$

(si legge 4 sta a 6 come 6 sta a 9).

Si dice inoltre che due grandezze sono direttamente proporzionali quando al crescere dell'una l'altra cresce proporzionalmente. Il loro rapporto è uguale a una costante

Si dice che due grandezze sono *inversamente proporzionali* quando all'aumento di una corrisponde la diminuzione dell'altra. Il loro prodotto è uguale a una costante.

PERCENTUALI

Le *percentuali* si possono definire come un caso particolare di rapporti in cui il denominatore è cento.

Graficamente non si scrive 25:100 ma **25%** dove il simbolo % significa "per cento", cioè 25 parti di 100.

Operando con delle frazioni per ottenere la percentuale bisogna moltiplicare numeratore e denominatore per un numero che dia 100 a denominatore:

$\frac{3}{5}$ moltiplicato per $\frac{20}{20} \rightarrow \frac{60}{100}$ cioè 60%.

Per convertire i decimali in percentuali basta moltiplicare per 100: $0,2 \rightarrow 20\%$; $0,38 \rightarrow 38\%$.

MEDIA ARITMETICA

Avendo a disposizione diverse misurazioni di una grandezza si cerca il loro valore **medio** per stimare l'andamento del fenomeno da esso descritto o per misurare gli scostamenti delle misurazioni da un valore di riferimento.

Abbiamo ad esempio misurato n valori della grandezza a e vogliamo conoscere il valore medio:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

Area e
Volumi

AREE E VOLUMI

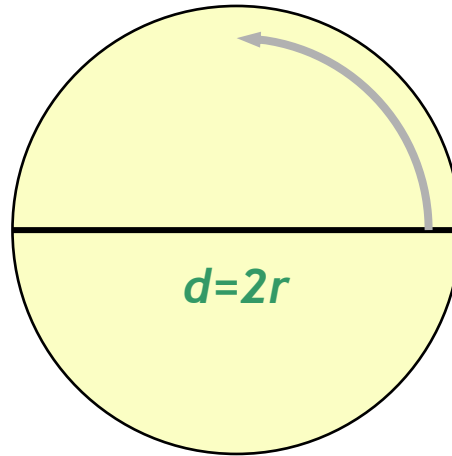
L'**area** è la misura dello spazio contenuto entro il perimetro di una figura bidimensionale. Nel SI le aree si misurano in m^2 .

Il **volume** è la misura dello spazio compreso fra le superfici esterne di una figura tridimensionale, si misura in m^3 nel SI.

Quando si calcolano le aree di poligoni comunque complessi è sempre possibile suddividerli in forme più semplici di cui siano note le formule di calcolo delle superfici.

Considerando la circonferenza, possiamo introdurre una costante fondamentale che ritorna frequentemente in matematica, il π (“*p greco*”) definito come il rapporto fra il perimetro della circonferenza ed il suo il diametro. Il π vale circa 3,142 ed è un valore costante indipendentemente dalla grandezza della circonferenza.

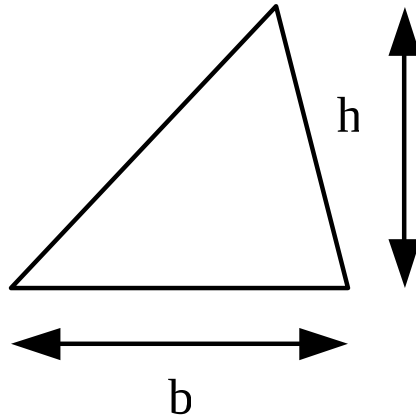
$$\pi = \frac{p}{2r}$$



AREE E VOLUMI

Triangoli

Poligoni formati da tre lati e tre angoli la cui somma complessivamente da 180°



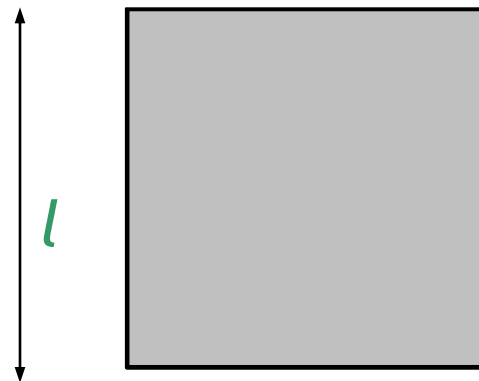
L'area del triangolo di **base b** ed **altezza h** è uguale a:

$$A = \frac{1}{2}bh$$

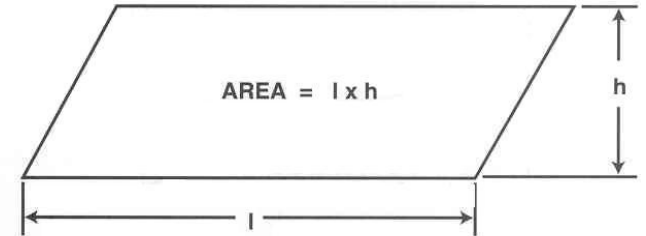
QUADRILATERI

I **quadrilateri** sono poligoni chiusi con quattro e la cui somma degli angoli interni misura 360° .

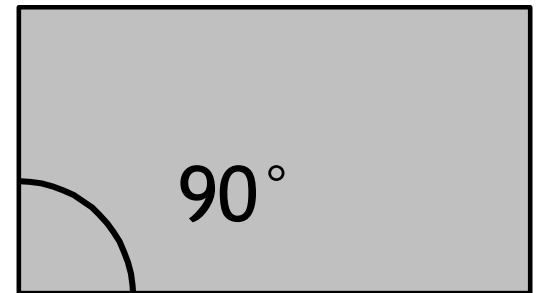
Il **quadrato** è il poligono con quattro lati e quattro angoli uguali (di 90°), se l è il lato la sua superficie misura $A=l^2$.



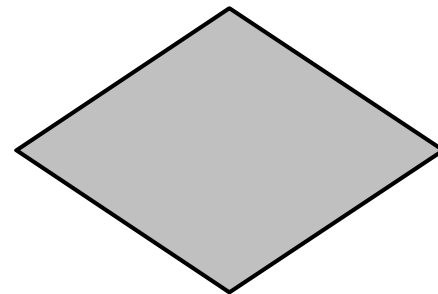
Il **parallelogramma** è un poligono quadrilatero con i lati opposti uguali e paralleli a coppie, se l è la lunghezza della base ed h l'altezza la sua superficie misura **$A=l \times h$** .



Il **rettangolo** è un parallelogramma con gli angoli che misurano 90° .



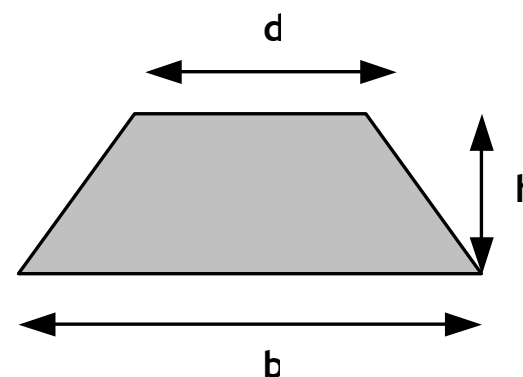
Il **rombo** è un parallelogramma con lati uguali e paralleli a coppie, gli angoli opposti sono uguali (ma $\neq 90^\circ$).



Il **trapezio** è un quadrilatero con una coppia di lati paralleli.

l'area misura:

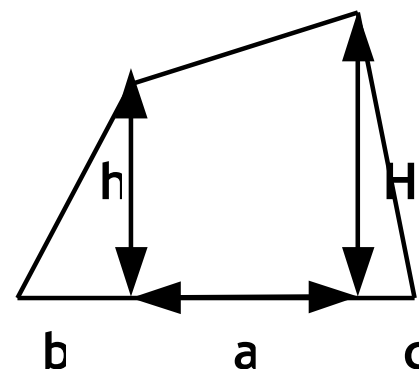
$$A = \frac{1}{2} (b+d)h$$



Il **trapezoide** è un quadrilatero generico senza lati paralleli.

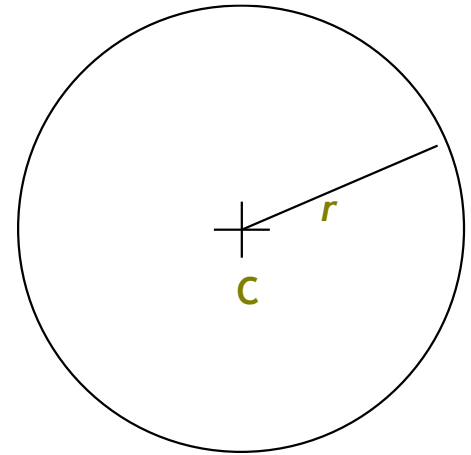
l'area misura:

$$A = \frac{1}{2} [(H+h)a + bh + cH]$$



Il **cerchio** è quella figura piana racchiusa da una curva i cui punti sono equidistanti da un punto detto **centro** (C). La distanza di punti dal centro è detta **raggio** (r), la lunghezza del perimetro è detta **circonferenza**, la distanza di un punto della circonferenza con un altro opposto, passando dal centro, è detta **diametro** ($d=2r$).

La misura della superficie è: $A=\pi r^2$

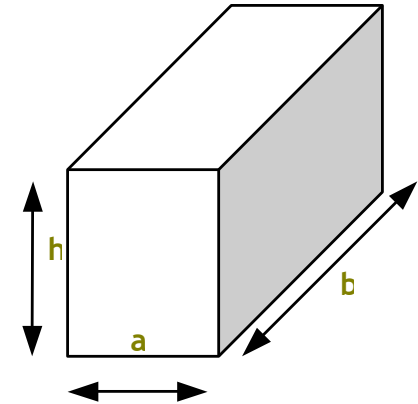


POLIGONI

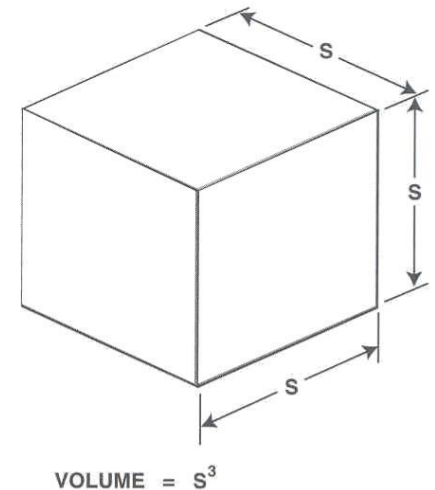
Il **prisma retto** è quel poligono tridimensionale costituito da facce parallele a coppie e fra di loro ortogonali.

Date le lunghezze della base (a) dell'altezza (h) e della profondità (b) il volume è:

$$V = a \times b \times h$$

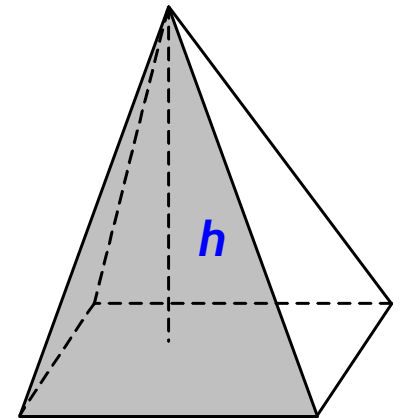


Il **cubo** è un prisma retto per cui le lunghezze della base (a) dell'altezza (h) e della profondità (b) sono uguali e pari ad s , il volume è: $V = s^3$



La **piramide** è un poligono tridimensionale ottenuto a partire da una figura piana che fa da base e da un punto fuori del suo piano unendo il punto con i vertici della figura stessa.

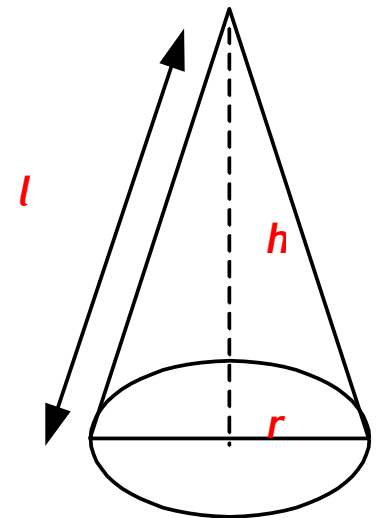
Se h è l'altezza della piramide ed A l'area della base il volume misura: $V = \frac{1}{3} Ah$



Il **cono** può essere considerato come una piramide a base circolare.

Se h è l'altezza della piramide ed A l'area della base il volume misura: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

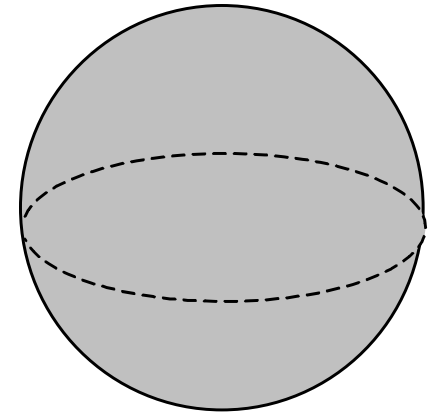
L'area della superficie esterna misura: $A = \pi r l + \pi r^2$



La **sfera** è il luogo dei punti dello spazio tridimensionale equidistanti da un punto detto, la distanza si chiama raggio.

Il volume misura: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

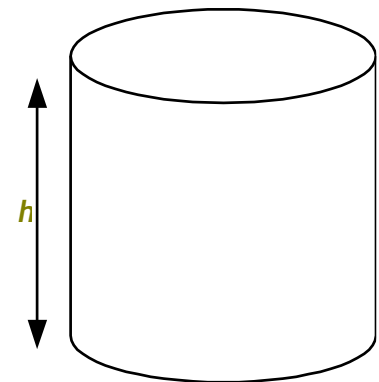
La superficie esterna: $A = 4 \pi r^2$



Il **cilindro** è il poligono tridimensionale ottenuto proiettando da una base circolare per una altezza h .

Il volume misura: $V = \pi r^2 h$

La superficie esterna: $A = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h$



Linee ed
Angoli

LINEE ED ANGOLI

Possiamo definire la **linea** come un insieme continuo di punti dello spazio che ha come rappresentazione grafica una traccia stretta e lunga.



linea

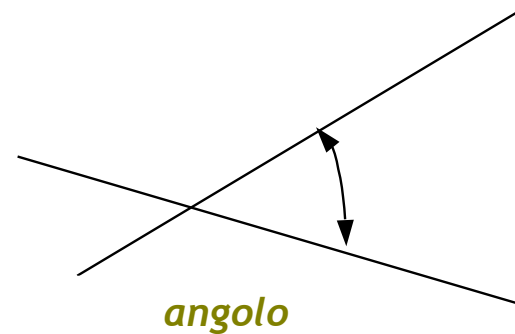
La **retta** è un insieme di punti allineati denso e illimitato.



retta

Due rette si dicono **parallele** se non si incontrano mai, o meglio si incontrano all'infinito: si indicano con il simbolo **//**.

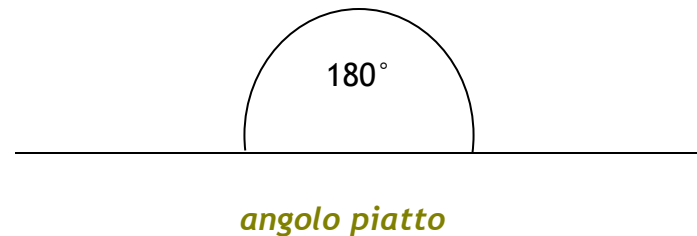
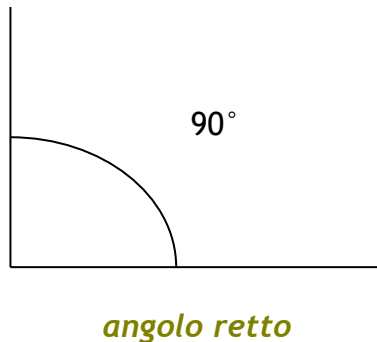
L'**angolo** è definito come la parte di spazio compresa fra due rette intersecanti, una volta fissato un verso di rotazione.



Gli angoli si misurano in **gradi** (simbolo “°”), unità di misura che si ottiene dividendo la circonferenza in 360 parti uguali.

L'angolo di 360° è detto angolo **giro**.

L'**angolo retto** misura 90° , l'**angolo piatto** 180° .



Due rette che, intersecandosi, formano un angolo retto si dicono *perpendicolari* e si indicano con $\perp$.

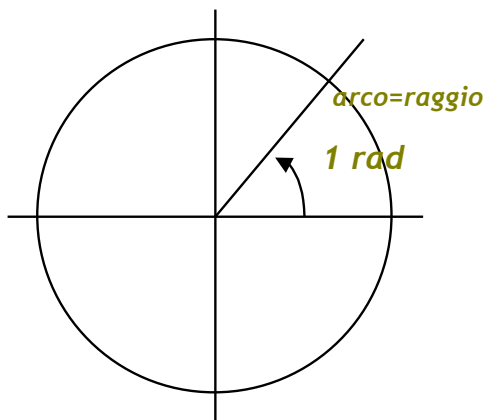
Un angolo minore di 90° si dice *acuto*.

Un angolo compreso fra 90° e 180° si dice *ottuso*.

Due angoli la cui somma è 90° si dicono *complementari*.

Due angoli la cui somma è 180° si dicono *supplementari*.

Un'altra unità di misura degli angoli è il **radiante**, definito come quell'angolo che sottintende un arco di circonferenza di lunghezza pari al raggio:



Considerando l'intera circonferenza possiamo calcolare il numero di radianti equivalente ad un angolo giro:

$$360^\circ = 2\pi$$

$$180^\circ = \pi$$

$$90^\circ = \pi/2$$